Formulaire pour calculer la position des planètes par la théorie VSOP87

Le calcul de la position précise des planètes est relativement simple grâce à la théorie VSOP87, de Francou et Bretagnon du Bureau des Longitudes. Les données peuvent être téléchargées sur le serveur ftp du Bureau des Longitudes (ftp://ftp.imcce.fr/pub/ephem/planets/).

On emploie ici la théorie VSOP87D qui donne les coordonnées écliptiques héliocentriques (longitude l, latitude b et rayon vecteur r) pour l'écliptique et l'équinoxe moyen de la date. Nous avons effectué ce choix pour deux raisons principales :

- le calcul des coordonnées équatoriales géocentriques s'en trouve facilité.
- la taille de l'ensemble des fichiers est petite par rapport aux autres versions de la théorie (d'où un calcul plus rapide).

Il est tout d'abord nécessaire de savoir calculer le jour julien jj pour un instant donné. Soit a l'année, m le mois, j le jour et h l'heure (compte tenu des minutes et des secondes).

Si m est égal à 1 ou 2, il faut remplacer a par $a - 1$ et m par $m + 12$.

Si la date appartient au calendrier grégorien (c'est-à-dire après le 15 octobre 1582), il faut déterminer :

$$\alpha = E\left(\frac{a}{100}\right) \qquad\qquad \beta = 2 - \alpha + E\left(\frac{\alpha}{4}\right)$$

où $E(X)$ désigne la partie entière de X.

Si la date appartient au calendrier julien, $\beta = 0$.

Le jour julien jj est alors donné par :

$$jj = E(365.25(a+4716)) + E(30.6001(m+1)) + j + \frac{h}{24} + \beta - 1524.5$$

La variable temps utilisée dans les calculs est le millénaire julien compté depuis le 1er janvier 2000 à 12h TD :

$$\tau = \frac{jj - 2451545}{365250}$$

Pour une planète donnée, chaque coordonnée écliptique s'écrit sous la forme d'un polynome de degré 5, par exemple pour l :

$$l = \sum_{i=0}^{n=5} l_i \cdot \tau^i$$

Chaque terme l_i est la somme de termes périodiques, que l'on peut écrire sous la forme :

$$l_i = \sum_{j=1}^{N} a_j \cdot \cos(b_j + c_j \cdot \tau)$$

Ce sont les coefficients a_j, b_j et c_j qui sont donnés dans les trois dernières colonnes de chaque fichier VSOP87D fourni sur le serveur ftp du Bureau des Longitudes. Les autres colonnes permettent aussi de calculer la position de la planète, mais le calcul est un peu plus compliqué à mettre en œuvre. Il est vivement conseillé, lors de l'élaboration d'un programme, d'utiliser les fichiers VSOP87D.xxx comme des fichiers lus par le programme. C'est pourquoi, il est nécessaire de ne garder que les trois dernières colonnes pour alléger ces fichiers, ainsi que le nombre de termes périodiques N relatif à chaque degré du polynôme.

Ainsi, les premières lignes du fichier VSOP87D.ear sont ($N = 559$ pour l_0, $N = 341$ pour l_1) :

```
559
1.75347045673     0.00000000000     0.00000000000        '1er terme pour l0
0.03341656456     4.66925680417     6283.07584999140
0.00034894275     4.62610241759     12566.15169998280
0.00003497056     2.74411800971     5753.38488489680
..................................................
0.00000000040     5.55145719241     12565.17137891460
0.00000000039     1.20838190039     18842.11400297339    '559e terme
341
6283.31966747491  0.00000000000     0.00000000000        '1er terme pour l1
0.00206058863     2.67823455584     6283.07584999140
0.00004303430     2.63512650414     12566.15169998280
0.00000425264     1.59046980729     3.52311834900
..................................................
```

Chaque langage de programmation a une manière spécifique pour lire un fichier. Voici comment cela se fait sous Visual Basic 2005 pour le fichier VSOP87D.ear, en s'inspirant de la méthode employée sous Fortran par Francou et Bretagnon :

```
Imports System.Math

Sub vsop(ByVal jj As Double, ByVal rr() As Double)
    Dim i, k, n, z As Integer
    Dim a, b, c, cv, sv, v, x, xa, xt, ya, yt, za, zt As Double
    Dim t(5) As Double
    t(0) = 1.0
    t(1) = (jj - 2451545.0) / 365250.0
    For i = 2 To 5
        t(i) = t(1) * t(i - 1)                       't(1)=tau
    Next
    FileOpen(1, "VSOP87D.ear", OpenMode.Input)   'ouverture du fichier VSOP87D.ear
    For k = 1 To 3
        rr(k) = 0.0
        rr(k + 3) = 0.0
        For i = 0 To 5                               'i=degré du polynôme
            Input(1, n)                              'n=nombre de termes périodiques
            For z = 1 To n
                Input(1, a)                          'lecture des termes périodiques
                Input(1, b)
                Input(1, c)
                v = b + c * t(1)
                cv = Cos(v)
                sv = Sin(v)
                rr(k) += a * cv * t(i)               'position
                If i <> 0 Then rr(k + 3) += t(i - 1) * i * a * cv    'vitesse
                rr(k + 3) -= t(i) * a * c * sv                       '   "
            Next
        Next
    Next
    FileClose(1)
    rr(1) = mod2pi(rr(1))                            'réduction à l'intervalle 0-2*pi
    For k = 4 To 6
        rr(k) /= 365250.0                            'vitesses en rad/jour et ua/jour
    Next
    x = rr(3) * Cos(rr(2))                           'passage du repère VSOP
    xa = x * Cos(rr(1))                              'au repère FK5
    ya = x * Sin(rr(1))
    za = rr(3) * Sin(rr(2))
    xt = xa + 0.000000440291 * ya - 0.000000190889 * za
    yt = -0.000000440291 * xa + ya + 0.000000188593 * za
    zt = 0.000000190889 * xa - 0.000000188593 * ya + za
    rr(1) = Atan2(yt, xt)                            'longitude écliptique (FK5)
    If rr(1) < 0.0 Then rr(1) += 2.0 * PI
    rr(2) = Atan(zt / Sqrt(xt ^ 2 + yt ^ 2))        'latitude écliptique (FK5)
End Sub
```

Nous rappelons que les coordonnées ainsi obtenues sont exprimées en radians pour la longitude et la latitude, et en unités astronomiques pour le rayon vecteur.

Les coordonnées du Soleil se déduisent de celles de la Terre (l_e, b_e, r_e) par la transformation suivante :

$$l_s = l_e + 180°$$
$$b_s = -b_e$$
$$r_s = r_e$$

Les coordonnées cartésiennes s'obtiennent par la transformation suivante :

$$x_s = r_s \cos b_s \cos l_s$$
$$y_s = r_s \cos b_s \sin l_s$$
$$z_s = r_s \sin b_s$$

Calculons ensuite les coordonnées héliocentriques (x_p, y_p, z_p) de la planète désirée de la même manière que ci–dessus. Les coordonnées écliptiques géocentriques sont alors données par :

$$x = x_p + x_s$$
$$y = y_p + y_s$$
$$z = z_p + z_s$$

On en déduit la distance géométrique de la planète à la Terre :

$$\Delta = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

La position apparente de la planète à l'instant t est sa position géométrique à l'instant $t - \delta t$, δt est la durée mise par la lumière pour parcourir la distance Δ. Il faut donc recalculer la position de la planète et de la Terre, pour la date :

$$jj' = jj - 0.00577551831\Delta$$

On obtient de nouvelles positions (x, y, z), à partir desquelles on déduit les coordonnées écliptiques géocentriques :

$$\lambda = \arctan\frac{y}{x} \qquad \beta = \arctan\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Il faut ajouter 180° à λ si x est négatif.

L'obliquité moyenne de l'écliptique est donnée par :

$$\varepsilon_0 = 23°26'21.448'' - 468.15''\,\tau - 0.059''\,\tau^2 + 1.813''\,\tau^3$$

Pour obtenir les coordonnées apparentes, il faut apporter la correction en nutation (nutation en longitude $\Delta\psi$ et nutation en obliquité $\Delta\varepsilon$, voir ci–après). La longitude écliptique apparente est alors :

$$\lambda_{app} = \lambda + \Delta\psi$$

L'obliquité vraie est : $\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$, d'où les coordonnées équatoriales géocentriques :

– ascension droite α: $\tan\alpha = \dfrac{\sin\lambda_{app}\cos\varepsilon - \tan\beta\sin\varepsilon}{\cos\lambda_{app}}$ si $\cos\lambda_{app} < 0$, il faut ajouter 180° à α.

– déclinaison δ: $\sin\delta = \sin\beta\cos\varepsilon + \cos\beta\sin\varepsilon\sin\lambda_{app}$

(Remarque : $\beta_{app} = \beta$ car la nutation en obliquité est prise en compte dans ε).

En général, les langages de programmation connaissent la fonction arctan (ATN la plupart du temps) mais ne connaissent pas la fonction arcsin, qu'il faut définir pour le calcul de δ :

$$\arcsin x = \arctan \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

L'ascension droite est généralement exprimée en heures, donc il faut diviser le résultat obtenu plus haut par 15.

La nutation en longitude et en obliquité est obtenue en calculant des termes périodiques issus du mouvement de la Lune et du Soleil. Il faut tout d'abord calculer les 5 arguments suivants :

Élongation moyenne de la Lune :

$$D = 297.850\,2042° + 1\,602\,961\,601.4603''T - 5.8681''T^2 + 0.006\,595''T^3 - 0.000\,03184''T^4$$

Anomalie moyenne du Soleil :

$$M = 357.529\,109\,18° + 129\,596\,581.0474''T - 0.5529''T^2 + 0.000\,147''T^3$$

Anomalie moyenne de la Lune :

$$M' = 134.963\,411\,38° + 1\,717\,915\,923.4728''T + 32.3893''T^2 + 0.051\,651''T^3 - 0.000\,2447''T^4$$

Argument de latitude de la Lune :

$$F = 93.272\,099\,32° + 1\,739\,527\,263.0983''T - 12.2505''T^2 - 0.001\,021''T^3 + 0.000\,004\,17''T^4$$

Longitude du nœud ascendant de l'orbite moyenne de la Lune :

$$\Omega = 125.044\,555\,04° - 6\,962\,890.2656''T + 7.4742''T^2 + 0.007\,702''T^3 - 0.000\,059\,39''T^4$$

où $T = 10\tau$.

Le tableau suivant donne l'ensemble des termes périodiques pour la nutation en longitude et en obliquité exprimées en 0.0001".
Les premiers termes de la nutation en longitude et en obliquité sont :

$$\Delta\psi = (-171996 - 174.2\,T)\ \sin\Omega + (-13187 - 1.6\,T)\sin(-2D + 2F + 2\Omega) + (-2274 - 0.2\,T)\sin(2F + 2\Omega) + \ldots$$
$$\Delta\varepsilon = (92025 + 8.9\,T)\cos\Omega + (5736 - 3.1\,T)\cos(-2D + 2F + 2\Omega) + (977 - 0.5\,T)\cos(2F + 2\Omega) + \ldots$$

Δψ (sinus)		Δε (cosinus)		D	M	M'	F	Ω
-171996	-174.2	92025	8.9	0	0	0	0	1
-13187	-1.6	5736	-3.1	-2	0	0	2	2
-2274	-0.2	977	-0.5	0	0	0	2	2
2062	0.2	-895	0.5	0	0	0	0	2
1426	-3.4	54	-0.1	0	1	0	0	0
712	0.1	-7	0	0	0	1	0	0
-517	1.2	224	-0.6	-2	1	0	2	2
-386	-0.4	200	0	0	0	0	2	1
-301	0	129	-0.1	0	0	1	2	2
217	-0.5	-95	0.3	-2	-1	0	2	2
-158	0	-1	0	-2	0	1	0	0
129	0.1	-70	0	-2	0	0	2	1
123	0	-53	0	0	0	-1	2	2
63	0.1	-33	0	0	0	1	0	1
63	0	-2	0	2	0	0	0	0

-59	0	26	0	2	0	-1	2	2
-58	-0.1	32	0	0	0	-1	0	1
-51	0	27	0	0	0	1	2	1
48	0	1	0	-2	0	2	0	0
46	0	-24	0	0	0	-2	2	1
-38	0	16	0	2	0	0	2	2
-31	0	13	0	0	0	2	2	2
29	0	-1	0	0	0	2	0	0
29	0	-12	0	-2	0	1	2	2
26	0	-1	0	0	0	0	2	0
-22	0	0	0	-2	0	0	2	0
21	0	-10	0	0	0	-1	2	1
17	-0.1	0	0	0	2	0	0	0
-16	0.1	7	0	-2	2	0	2	2
16	0	-8	0	2	0	-1	0	1
-15	0	9	0	0	1	0	0	1
-13	0	7	0	-2	0	1	0	1
-12	0	6	0	0	-1	0	0	1
11	0	0	0	0	0	2	-2	0
-10	0	5	0	2	0	-1	2	1
-8	0	3	0	2	0	1	2	2
-7	0	3	0	0	-1	0	2	2
-7	0	3	0	2	0	0	2	1
-7	0	0	0	-2	1	1	0	0
7	0	-3	0	0	1	0	2	2
-6	0	3	0	2	0	-2	0	1
-6	0	3	0	2	0	0	0	1
6	0	-3	0	-2	0	2	2	2
6	0	0	0	2	0	1	0	0
6	0	-3	0	-2	0	1	2	1
-5	0	3	0	-2	0	0	0	1
-5	0	3	0	-2	-1	0	2	1
-5	0	3	0	0	0	2	2	1
5	0	0	0	0	-1	1	0	0
-4	0	0	0	-1	0	1	0	0
-4	0	0	0	1	0	0	0	0
-4	0	0	0	-2	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	-2	0
4	0	-2	0	-2	0	2	0	1
4	0	-2	0	-2	1	0	2	1
-3	0	0	0	0	1	1	0	0
-3	0	0	0	-1	-1	1	0	0
-3	0	1	0	2	-1	-1	2	2
-3	0	1	0	2	-1	0	2	2
-3	0	1	0	0	-1	1	2	2
-3	0	1	0	0	0	3	2	2
-3	0	1	0	0	0	-2	2	2
3	0	0	0	0	0	1	2	0
-2	0	1	0	4	0	-1	2	2
-2	0	1	0	0	0	1	0	2
-2	0	1	0	-2	0	-1	2	1
-2	0	1	0	-2	-2	0	2	1
-2	0	1	0	0	0	-2	0	1
2	0	-1	0	0	0	2	0	1
2	0	0	0	0	0	3	0	0
2	0	-1	0	0	1	1	2	2

2	0	-1	0	1	0	0	2	2
-1	0	0	0	2	0	1	0	1
-1	0	1	0	2	0	1	2	1
-1	0	0	0	-2	1	1	0	1
-1	0	0	0	2	1	0	0	0
-1	0	0	0	-2	1	0	2	0
-1	0	0	0	2	1	0	-2	0
-1	0	0	0	2	0	1	-2	0
-1	0	0	0	-2	0	1	-2	0
-1	0	0	0	-2	0	1	2	0
-1	0	0	0	-4	0	1	0	0
-1	0	0	0	-4	0	2	0	0
-1	0	0	0	4	0	0	2	2
-1	0	0	0	-1	0	0	2	2
-1	0	1	0	4	0	-2	2	2
-1	0	0	0	2	0	2	2	2
-1	0	0	0	0	-1	0	2	1
-1	0	0	0	0	0	0	-2	1
1	0	0	0	-2	0	0	4	2
1	0	0	0	0	1	0	0	2
1	0	-1	0	-2	1	1	2	2
1	0	0	0	-2	0	3	2	2
1	0	-1	0	2	0	-2	2	2
1	0	-1	0	0	0	-1	0	2
1	0	0	0	2	0	0	-2	1
1	0	0	0	0	1	0	2	1
1	0	0	0	0	0	-1	4	2
1	0	0	0	-2	1	2	0	0
1	0	0	0	2	0	2	0	0
1	0	-1	0	-2	0	2	2	1
1	0	0	0	0	0	2	-2	1
1	0	0	0	-2	-1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	-1	0	1
1	0	0	0	2	-1	-1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0

Exemple numérique (toutes les décimales ont été volontairement gardées) :

Calcul de la position de Mercure le 1er janvier 2005 à 0h TD

$jj = 2453371{,}5$ $\qquad\qquad$ $\tau = 5{,}000\,684\,462\,696\,78.10^{-3}$

Coordonnées cartésiennes du Soleil (après correction) :

$$x_s = 0{,}182\,115\,876\,651\,124\,61$$
$$y_s = -0{,}966\,287\,890\,776\,1957$$
$$z_s = 0{,}000\,002\,401\,911\,761\,085\,7884$$

Coordonnées héliocentriques de Mercure :

$$x_p = -0{,}394\,836\,813\,884\,8542$$
$$y_p = -0{,}070\,881\,500\,771\,237\,838$$
$$z_p = 0{,}030\,490\,714\,209\,645\,893$$

Coordonnées cartésiennes géocentriques :

$$x = -0{,}212\ 720\ 937\ 233\ 729\ 59$$
$$y = -1{,}037\ 169\ 391\ 547\ 4336$$
$$z = 0{,}030\ 493\ 116\ 121\ 406\ 979$$

$$\Delta = 1{,}059\ 197\ 986\ 228\ 8559$$

$jj' = 2453371{,}493\ 882\ 58$

Coordonnées du Soleil pour jj' :

$$x_s = 0{,}182\ 010\ 747\ 230\ 191\ 48$$
$$y_s = -0{,}966\ 307\ 734\ 831\ 427\ 18$$
$$z_s = 0{,}000\ 002\ 404\ 364\ 576\ 674\ 9087$$

Coordonnées héliocentriques de Mercure pour jj' :

$$x_p = -0{,}394\ 831\ 416\ 283\ 655\ 15$$
$$y_p = -0{,}070\ 719\ 462\ 781\ 960\ 785$$
$$z_p = 0{,}030\ 503\ 439\ 791\ 988\ 156$$

Coordonnées géocentriques :

$$x = -0{,}212\ 820\ 669\ 053\ 463\ 67$$
$$y = -1{,}037\ 027\ 197\ 613\ 388$$
$$z = 0{,}030\ 505\ 844\ 156\ 564\ 831$$

$$\lambda = 4{,}509\ 977\ 463\ 146\ 4227 \text{ rad}$$
$$\beta = 0{,}028\ 820\ 067\ 059\ 447\ 591 \text{ rad}$$

$\varepsilon_0 = 23°\ 26'\ 19{,}107''$ $\qquad \varepsilon = 23°\ 26'\ 26{,}703''$ $\qquad \Delta\psi = -7{,}413''$

$$\lambda_{app} = 4{,}509\ 941\ 524\ 040\ 23 \text{ rad}$$

$$\alpha = 17\text{h}\ 10\text{min}\ 10{,}349\text{s}$$
$$\delta = -21°\ 17'\ 23{,}81''$$

$$\Delta = 1{,}059\ 197\ 986 \text{ UA}$$

Le calcul effectué par les series96 (valables uniquement sur l'intervalle 1900–2100) donnent les coordonnées équatoriales géocentriques suivantes :

$$\alpha = 17\text{h}\ 10\text{min}\ 10{,}350\text{s}$$
$$\delta = -21°\ 17'\ 23{,}81''$$

$$\Delta = 1{,}059197949 \text{ UA}$$

La différence sur la distance est de 5,5 km (à comparer aux 4878km du diamètre de Mercure).

Nombre de termes		Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
Longitude	l0	1380	367	559	1217	760	1152	947	423
	l1	839	215	341	686	369	642	426	183
	l2	395	70	142	310	191	321	151	57
	l3	150	9	22	129	109	148	46	15
	l4	21	5	11	36	45	68	7	2
	l5	12	5	5	15	10	27	1	1
	tot	**2797**	**671**	**1080**	**2393**	**1484**	**2358**	**1578**	**681**
Latitude	b0	818	210	184	441	249	500	283	172
	b1	494	133	99	287	141	260	154	82
	b2	230	59	49	130	81	111	60	25
	b3	52	15	11	41	42	58	16	9
	b4	13	5	5	11	12	26	2	1
	b5	8	4	0	5	5	11	0	1
	tot	**1615**	**426**	**348**	**915**	**530**	**966**	**515**	**290**
Rayon vecteur	r0	1215	330	526	1118	745	1205	1124	607
	r1	711	180	292	596	381	639	514	250
	r2	312	63	139	313	190	342	192	72
	r3	60	7	27	111	98	157	55	22
	r4	11	3	10	28	46	64	11	7
	r5	8	2	3	9	9	28	0	0
	tot	**2317**	**585**	**997**	**2175**	**1469**	**2435**	**1896**	**958**
		6729	**1682**	**2425**	**5483**	**3483**	**5759**	**3989**	**1929**