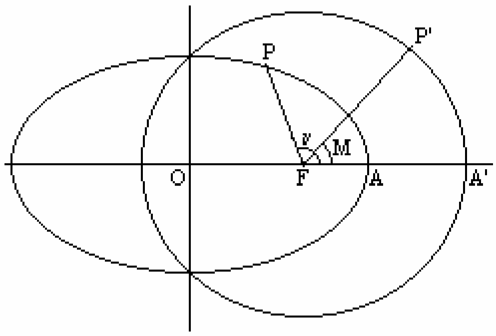
Chapitre 3 : Étude du mouvement elliptique

I. Équation de Kepler

1. Établissement de l'équation de Kepler

Une planète P parcourt son orbite elliptique en une période T vérifiant la troisième loi de Kepler. Pour établir le mouvement d'une planète, nous considérons une planète fictive P' se déplaçant sur une orbite circulaire dont la période est également T, le centre de l'orbite étant le Soleil (en F). Cette planète fictive se déplace donc à vitesse constante à une distance a du Soleil.



Soit T_0 l'instant où la planète P passe au point A (le point A est le périhélie). À ce même instant, P' se trouve au point A'. À l'instant t, la planète se trouve au point P sur le schéma, tandis que la planète fictive a parcouru l'arc de cercle $A'P'$. L'angle sous-entendu par l'arc de cercle $A'P'$ prend le nom d'anomalie moyenne M. Nous avons donc :

$$M = n(t - T_0)$$

La quantité n est un facteur de proportionnalité indépendant du temps, elle est appelée moyen mouvement de la planète. Sa valeur est déterminée lorsque P' effectue une révolution complète de son orbite. Dans ce cas,

$$M = 360° \text{ et } t - T_0 = T$$

d'où :

$$n = \frac{360°}{T} \text{ ou } n = \frac{2\pi}{T}$$

La loi des aires $C = r^2 \dfrac{d\nu}{dt}$ donne par intégration :

$$\int_0^{\nu} r^2 d\nu = C(t - T_0)$$

Cherchons à exprimer $d\nu$ en fonction de du. Nous savons que :

$$r = a(1 - e\cos u) = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos\nu}$$

Différentions cette relation et simplifions par ae :

$$\sin u \, du = \frac{(1-e^2)\sin\nu}{(1+e\cos\nu)^2} d\nu$$

Remplaçons le dénominateur du second membre par $\dfrac{a^2(1-e^2)^2}{r^2}$ et $\sin\nu$ par $\dfrac{a}{r}\sqrt{1-e^2}\,\sin u$. Après simplifications, nous obtenons :

$$du = \frac{\sqrt{1-e^2}}{r\,a(1-e^2)}\,r^2 d\nu$$

c'est–à–dire :

$$r^2 d\nu = r\,a\sqrt{1-e^2}\,du$$

Nous avons ainsi :

$$r^2 d\nu = a^2\sqrt{1-e^2}\,(1-e\,\cos u)\,du$$

Nous pouvons alors intégrer l'équation de la loi des aires par rapport à la variable u :

$$\int_0^{\nu} r^2 d\nu = a^2\sqrt{1-e^2}\int_0^{u}(1-e\,\cos u)\,du = C\,(t-T_0)$$

d'où :

$$u - e\,\sin u = \frac{C}{a^2\sqrt{1-e^2}}(t-T_0)$$

Nous avons vu que $C = \dfrac{2\pi ab}{T}$ et $b = a\sqrt{1-e^2}$ donc :

$$u - e\,\sin u = \frac{2\pi}{T}(t-T_0)$$

Nous retrouvons dans le second membre l'expression de l'anomalie moyenne. L'équation de Kepler s'écrit finalement :

$$\boxed{M = u - e\,\sin u}$$

Les deux angles M et u sont exprimés *en radians*.

L'anomalie moyenne M est donnée par les théories planétaires. La connaissance de u permet ensuite de calculer ν et ainsi de déterminer la position de l'astre sur son orbite.

2. *Résolution de l'équation de Kepler*

Nous supposons connues les valeurs de M, n, e et T_0 pour une planète donnée. L'inconnue de l'équation de Kepler est donc l'anomalie excentrique u. Il existe plusieurs méthodes pour résoudre cette équation, nous en proposerons quelques unes.

- 1ère méthode :

Il s'agit de trouver la valeur correcte de u par approximations successives en employant directement l'équation de Kepler. Soit u_0 une première estimation de la valeur de u (généralement M).
On calcule successivement :

$$\begin{gathered} u_1 = M + e\,\sin u_0 \\ u_2 = M + e\,\sin u_1 \\ u_3 = M + e\,\sin u_2 \\ \text{etc.} \end{gathered}$$

Cette méthode converge plus ou moins rapidement vers la valeur correcte de u.

Exemple : $M = 4.2\,\text{rad}$ $\qquad e = 0.0167$

$u_0 = 4.2$	$u_4 = 4.185\,564\,3866$
$u_1 = 4.185\,444\,6846$	$u_5 = 4.185\,564\,3865$
$u_2 = 4.185\,565\,3917$	$u_6 = 4.185\,564\,3865$
$u_3 = 4.185\,564\,3781$	

La convergence est assurée au bout de la 6e itération pour une précision à 10^{-10}. Cette méthode sera appliquée pour des orbites faiblement elliptiques.

- 2ème méthode :

Cette fois–ci, nous effectuerons une résolution itérative basée sur la méthode de Newton. La formule utilisée est :

$$u_1 = u_0 + \frac{M + e\sin u_0 - u_0}{1 - e\cos u_0}$$

Cette méthode est mieux adaptée pour des orbites à forte excentricité et est en général plus expéditive que la première.

Reprenons le même exemple :

$M = 4.2\,\text{rad}$ $\qquad e = 0.0167$

$$\begin{aligned} u_0 &= 4.2 \\ u_1 &= 4.185\,562\,8864 \\ u_2 &= 4.185\,564\,3865 \\ u_3 &= 4.185\,564\,3865 \end{aligned}$$

- Signalons également la formule approchée donnant u :

$$\tan u = \frac{\sin M}{\cos M - e}$$

valable pour de petites valeurs de e. Elle se démontre de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \sin M &= \sin(u - e\sin u) = \sin u \cos(e\sin u) - \cos u \sin(e\sin u) \\ \cos M &= \cos(u - e\sin u) = \cos u \cos(e\sin u) + \sin u \sin(e\sin u) \end{aligned}$$

Pour de faibles valeurs de l'excentricité, nous pouvons simplifier ces deux relations :

$$\begin{aligned} \sin M &\approx (1 - e\cos u)\sin u \\ \cos M &\approx \cos u + e\sin^2 u \end{aligned}$$

c'est–à–dire :

$$\tan u = \frac{\sin M}{(1 - e\cos u)(\cos M - e\sin^2 u)}$$

En négligeant les termes en e^2 et en utilisant la relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, nous trouvons :

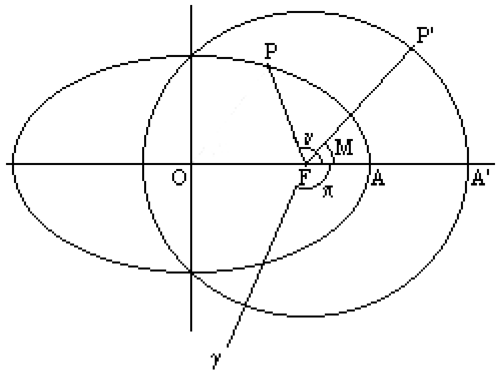
$$\tan u = \frac{\sin M}{\cos M - e}$$

L'exemple précédent donne comme valeur de u : 4.185 563 889 radians, la différence avec la valeur correcte est quasi négligeable (0.103").

II. Éléments orbitaux de la Terre

Le plan de l'écliptique dans lequel se déplace la Terre a été choisi comme plan de référence pour l'étude du mouvement des planètes car il est pratiquement invariable au cours du temps. Le point vernal (point γ), qui indique une direction quasiment fixe dans l'espace, sert d'origine pour les systèmes de coordonnées. La longitude écliptique est comptée depuis ce point.

Sur le schéma suivant (qui n'est pas représentatif de la réalité), le Soleil est en *F* et la Terre se trouve au point *P*, tandis que la planète fictive est en *P'*. Désignons par π l'angle entre l'axe $F\gamma$ et la droite *FA*. Cet angle est la longitude du périhélie (ne pas confondre avec $\pi \approx 3.14$).



Nous voyons alors que la longitude écliptique de la Terre est la somme :

$$l = \pi + v$$

où π est une quantité connue, lentement variable au cours du temps.

La longitude moyenne est donnée par :

$$L = \pi + M$$

Pour un instant donné, nous calculons la valeur de $M = L - \pi$, qui permet de résoudre l'équation de Kepler $M = u - e \sin u$. La connaissance de *u* permet de calculer v par la relation :

$$\tan \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{u}{2}$$

Pour connaître la distance Terre–Soleil, nous appliquons la formule :

$$r = \frac{a\left(1-e^2\right)}{1+e \cos v}$$

Les théories planétaires donnant π et *L*, les éléments orbitaux nécessaires pour calculer la position de la Terre sont :

- La longitude moyenne *L*,
- La longitude du périhélie π ,
- Le demi–grand axe *a*,
- et l'excentricité *e*.

En réalité, les éléments orbitaux *L* et π ne varient pas linéairement avec le temps, mais, du fait des perturbations mutuelles des planètes, il existe des termes correctifs en t^2 et en t^3 . L'anomalie moyenne *M* possède donc des termes quadratiques et cubiques.

Les éléments orbitaux sont écrits sous forme de polynômes fonctions du temps et sont donnés à la fin du paragraphe III.

Donnons un exemple de calcul de la position de la Terre. Prenons la date du 1er janvier 2005 à 0h TD. Cela correspond au jour julien 2 453 371.5

Nous obtenons alors :

$$t = 0.050\,006\,844\,627$$

Les valeurs des éléments orbitaux sont, en gardant un grand nombre de décimales :

$$L = 1900.751\,360\,988° = 100.751\,360\,988°$$
$$a = 1.000\,001\,018$$
$$e = 0.016\,706\,527\,545$$
$$\pi = 103.023\,337\,742°$$

D'après la formule $M = L - \pi$, on a :

$$M = -2.271\,976\,7538°$$
$$M = -0.039\,653\,474\,883 \text{ rad}$$

Il faut maintenant résoudre l'équation de Kepler (basée sur la méthode de Newton) :

$$u_0 = -0.039\,653\,474\,883$$
$$u_1 = -0.040\,327\,016\,857$$
$$u_2 = -0.040\,327\,016\,703$$
$$u_3 = -0.040\,327\,016\,703$$

De là, on détermine l'anomalie vraie :

$$v = -0.041\,006\,275\,311 \text{ rad}$$
$$v = -2.349\,486\,5089°$$

La longitude écliptique donnée par $l = \pi + v$ est alors :

$$l = 100.673\,851° = 100°\ 40'\ 25.86''$$

et le rayon vecteur :

$$r = 0.983\,308 \text{ UA}$$

Une théorie récente, dénommée series96, développée au Bureau des Longitudes, fournit les valeurs :

$$l = 100°\ 40'\ 23.93''$$
$$r = 0.983\,299\,783 \text{ UA}$$

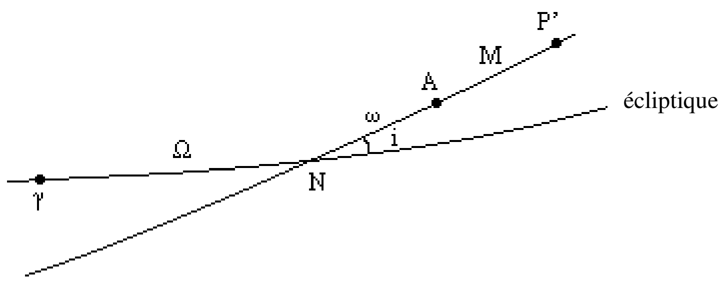
À cause des perturbations gravitationnelles, la latitude écliptique de la Terre n'est pas rigoureusement nulle :

$$b = -0°\ 00'\ 00.50''$$

En comparant les valeurs obtenues par notre calcul aux valeurs considérées comme exactes, nous voyons que les écarts sont minimes compte tenu de la simplicité de la théorie utilisée.

III. Éléments orbitaux des planètes

Les autres planètes ont des trajectoires elliptiques autour du Soleil mais ne se déplacent pas dans le plan de l'écliptique. Il nous faut introduire deux nouveaux angles pour définir la position de l'ellipse par rapport au plan de l'écliptique. L'angle entre le plan orbital de la planète et le plan de l'écliptique est l'inclinaison orbitale *i*. L'intersection entre le plan orbital de la planète et l'écliptique est la ligne des nœuds. Désignons par *N* le nœud ascendant de l'orbite et Ω la longitude du nœud ascendant.



La planète fictive, à un instant t, se trouve au point P'. Le point A est le périhélie de la planète.

Nous avons donc les six paramètres orbitaux pour définir la position d'une planète par rapport au plan de l'écliptique :

- longitude moyenne L
- longitude du périhélie π
- longitude du nœud ascendant Ω
- inclinaison orbitale i
- demi–grand axe a
- excentricité e

L'angle ω s'appelle argument du périhélie et est utilisé pour effectuer les calculs approximatifs suivants :

$$\pi = \Omega + \omega$$
$$L = \Omega + \omega + M$$

Ces formules ne sont pas rigoureuses car Ω et ω ne sont pas comptés dans les mêmes plans.

Le calcul rigoureux de l'anomalie moyenne M s'effectue de la manière suivante :

$$NA = \arctan\left(\frac{\tan(\pi - \Omega)}{\cos i}\right)$$

si $\cos(\pi - \Omega) < 0$, il faut ajouter 180° à NA.

$$NM = \arctan\left(\frac{\tan(L - \Omega)}{\cos i}\right)$$

si $\cos(L - \Omega - NM) < 0$, il faut ajouter 180° à NM.

$$M = NM - NA$$

Une fois que l'anomalie moyenne est connue, on peut déterminer l'anomalie excentrique u par l'équation de Kepler, puis l'anomalie vraie par :

$$\tan\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{u}{2}$$

Nous déterminons ensuite :

$$NL = \arctan\left(\tan(NA + v)\cos i\right)$$

si $\cos(NA + v - NL) < 0$ alors il faut ajouter 180° à NL.
La longitude vraie est donnée par :

$$l = \Omega + NL$$

La latitude écliptique, qui était nulle dans le cas de la Terre (ou du Soleil), est déterminée par :

$$b = \arctan(\sin NL \, \tan i)$$

La position est complètement déterminée par le calcul du rayon vecteur :

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos v}$$

Donnons un exemple numérique pour la planète Mercure le 1er janvier 2005 à 0h TD.

$$t = 0.050\ 006\ 844\ 627$$

Les éléments orbitaux de Mercure sont :

$$L = 7726.977\ 613\ 48° = 166.977\ 613\ 48°$$
$$a = 0.387\ 098\ 310$$
$$e = 0.205\ 632\ 770\ 419$$
$$i = 7.005\ 077\ 042\ 21°$$
$$\Omega = 48.390\ 210\ 9727\ °$$
$$\pi = 77.533\ 954\ 2723°$$

Le calcul approximatif de M donne 89.443 659°, tandis que le calcul rigoureux fournit :

$$NA = 29.326\ 702\ 9359°$$
$$NM = 118.407\ 394\ 17°$$

$$M = 89.080\ 691\ 2342° = 1.554\ 751\ 361\ 99 \text{ rad}$$

On a alors :

$$u = 1.756\ 835\ 837\ 22 \text{ rad} = 100.659\ 278\ 77°$$
$$v = 112.103\ 981\ 128°$$

$$NL = 141.639\ 771\ 23°$$

Les coordonnées écliptiques de Mercure sont :

$$l = 190.029\ 982° = 190°\ 01'\ 47.94''$$
$$b = 4.360\ 728° = 4°\ 21'\ 38.62''$$
$$r = 0.401\ 822 \text{ UA}$$

Donnons maintenant les résultats de la théorie series96 pour Mercure :

$$l = 190°\ 10'\ 38.59''$$
$$b = 4°\ 20'\ 47.81''$$
$$r = 0.402\ 305\ 825 \text{ UA}$$

Les écarts sont ici minimes compte tenu de la théorie utilisée.

Dans le tableau ci–après, chacun des éléments orbitaux est écrit sous la forme d'un polynôme :

$$a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

L'utilisation seule des éléments orbitaux n'est pas suffisante pour obtenir la position précise des planètes. Celles–ci subissent des perturbations résultant de leurs configurations mutuelles, et ces perturbations doivent être représentées par des termes périodiques.

	a_0	a_1	a_2	a_3
Mercure				
L	252.250 906	149 474.072 2491	0.000 303 50	0.000 000 018
a	0.387 098 310			
e	0.205 631 75	0.000 020 407	-0.000 000 0283	-0.000 000 000 18
i	7.004 986	0.0018215	-0.00001810	0.000 000 056
Ω	48.330 893	1.1861883	0.00017542	0.000 000 215
π	77.456 119	1.5564776	0.00029544	0.000 000 009
Vénus				
L	181.979 801	58 519.213 0302	0.000 310 14	0.000 000 015
a	0.723 329 820			
e	0.006 771 92	-0.000 047 765	0.000 000 0981	0.000 000 000 46
i	3.394 662	0.001 0037	-0.000 000 88	-0.000 000 007
Ω	76.679 920	0.901 1206	0.000 406 18	-0.000 000 093
π	131.563 703	1.402 2288	-0.001 076 18	-0.000 005 678
Terre				
L	100.466 457	36 000.769 8278	0.000 303 22	0.000 000 020
a	1.000 001 018			
e	0.016 708 63	-0.000 042 037	-0.000 000 1267	0.000 000 000 14
π	102.937 348	1.719 5366	0.000 456 88	-0.000 000 018
Mars				
L	355.433 000	19 141.696 4471	0.000 310 52	0.000 000 016
a	1.523 679 342			
e	0.093 400 65	0.000 090 484	-0.000 000 0806	-0.000 000 000 25
i	1.849 726	-0.000 6011	0.000 012 76	-0.000 000 007
Ω	49.558 093	0.772 0959	0.000 015 57	0.000 002 267
π	336.060 234	1.841 0449	0.000 134 77	0.000 000 536
Jupiter				
L	34.351 519	3 036.302 7748	0.000 223 30	0.000 000 037
a	5.202 603 209	0.000 000 1913		
e	0.048 497 93	0.000 163 225	-0.000 000 4714	-0.000 000 002 01
i	1.303 267	-0.005 4965	0.000 004 66	-0.000 000 002
Ω	100.464 407	1.020 9774	0.000 403 15	0.000 000 404
π	14.331 207	1.612 6352	0.001 030 42	0.000 000 037
Saturne				
L	50.077 444	1 223.511 0686	0.000 519 08	-0.000 000 030
a	9.554 909 192	-0.000 002 1390	0.000 000 004	
e	0.055 548 14	-0.000 346 641	-0.000 000 6436	0.000 000 003 40
i	2.488 879	-0.003 7362	-0.000 015 19	0.000 000 087
Ω	113.665 503	0.877 0880	-0.000 121 76	-0.000 002 249
π	93.057 237	1.963 7613	0.000 837 53	0.000 004 928
Uranus				
L	314.055 005	429.864 0561	0.000 303 90	0.000 000 026
a	19.218 446 062	-0.000 000 0372	0.000 000 000 98	
e	0.046 381 22	-0.000 027 293	0.000 000 0789	0.000 000 000 24
i	0.773 197	0.000 7744	0.000 037 49	-0.000 000 092
Ω	74.005 957	0.521 1278	0.001 339 47	0.000 018 484
π	173.005 957	1.486 3790	0.000 214 06	0.000 000 0434
Neptune				
L	304.348 665	219.883 3092	0.000 308 82	0.000 000 018
a	30.110 386 869	-0.000 000 1663	0.000 000 000 69	
e	0.009 455 75	0.000 006 033	0	-0.000 000 000 05
i	1.769 953	-0.009 3082	-0.000 000 708	0.000 000 027
Ω	131.784 057	1.102 2039	0.000 259 52	-0.000 000 637
π	48.120 276	1.426 2957	0.000 384 34	0.000 000 020

IV. Éléments orbitaux des comètes et des astéroïdes

1. *Cas des corps ayant une orbite elliptique*

Le calcul est plus simple que dans le cas des planètes car les éléments orbitaux sont des constantes. Néanmoins, ces corps sont soumis aux perturbations planétaires donc ces éléments ne sont valables que pour une courte période. Le Bureau des Longitudes publie chaque année les éléments de nombreux astéroïdes et les comètes visibles pour l'année en cours. Les éléments sont toutefois présentés sous une manière légèrement différente. Nous conservons certaines grandeurs comme le demi–grand axe, l'excentricité, l'inclinaison orbitale et la longitude du nœud ascendant. Les deux derniers paramètres sont l'argument du périhélie ω (dont nous avons parlé plus haut) et l'instant du passage du corps à son périhélie T_0.

On détermine tout d'abord le moyen mouvement, donné par la troisième loi de Kepler :

$$n = \frac{0.985\,607\,668\,601}{a^{3/2}}$$

où le numérateur est la constante de Gauss exprimée en degrés par jour.

L'anomalie moyenne est alors donnée par :

$$M = n(t - T_0)$$

Il faut ensuite déterminer l'anomalie excentrique u par l'équation de Kepler, l'anomalie vraie ν et le rayon vecteur r grâce aux formules fournies précédemment.

Les coordonnées écliptiques sont calculées par les formules suivantes :

$$l = \Omega + \omega + \nu$$
$$b = \arcsin(\sin i \, \sin \omega)$$

Cependant, le calcul de l est approximatif, on peut employer la formule rigoureuse :

$$l = \Omega + \arctan\left[\tan(\omega + \nu)\cos i\right]$$

2. *Cas des corps ayant une orbite parabolique (comètes)*

La loi de gravitation universelle prévoit le mouvement parabolique (et hyperbolique), ce qui a été confirmé par l'observation de certaines comètes. Les comètes venant des régions reculées du système solaire peuvent acquérir une vitesse suffisante pour être éjectées du système solaire.
L'orbite parabolique est plus simple à traiter car l'excentricité est connue et égale à 1. Les éléments orbitaux sont les mêmes mis à part que maintenant, le demi–grand axe est infini. Puisque nous avons besoin d'un paramètre qui détermine la taille de l'orbite, nous utiliserons la distance que possède le corps à son passage au périhélie, notée q.

Dans ce cas particulier, le rayon vecteur a pour expression :

$$r = \frac{p}{1 + \cos\nu}$$

Au périhélie, $\nu = 0°$ et $r = q$, donc $p = 2q$. Nous avons donc :

$$r = \frac{2q}{1 + \cos\nu} = \frac{q}{\cos^2\frac{\nu}{2}} = q\left(1 + \tan^2\frac{\nu}{2}\right)$$

On pose habituellement $s = \tan\frac{\nu}{2}$, soit $\nu = 2\arctan s$. En dérivant cette dernière expression par rapport à s, nous trouvons :

$$d\nu = \frac{2\,ds}{1 + s^2}$$

La loi des aires, applicable quel que soit le type d'orbite, s'écrit :

$$C = r^2\frac{d\nu}{dt} = \frac{2r^2}{1 + s^2}\frac{ds}{dt}$$

Soit :

$$dt = \frac{2r^2 ds}{C(1+s^2)} = \frac{2q^2}{C}\left(1+s^2\right)ds$$

En intégrant entre l'instant du passage au périhélie T_0 pour lequel $s = 0$ et l'instant *t*, on obtient :

$$\int_{T_0}^{t} dt = \frac{2q^2}{C}\int_0^s \left(1+s^2\right)ds$$

$$t - T_0 = \frac{2q^2}{C}\left(s + \frac{s^3}{3}\right)$$

c'est–à–dire :

$$s^3 + 3s - \frac{3C}{2q^2}\left(t - T_0\right) = 0$$

Sachant que $C = \sqrt{GMp} = \sqrt{2GMq}$ (la masse de la comète est négligeable devant celle du Soleil), nous avons, si nous utilisons le jour comme unité de temps et l'unité astronomique pour les distances :

$$C = k\sqrt{2q}$$

avec *k* la constante de Gauss $(k = 0.017\ 202\ 098\ 950)$, et ainsi :

$$\boxed{s^3 + 3s - \frac{3k}{2q^{3/2}}\left(t - T_0\right) = 0}$$

Il s'agit d'une équation du troisième degré possédant toujours une racine unique, qui est obtenue par la méthode de Newton. Pour cela, posons $W = \frac{3k}{2q^{3/2}}\left(t - T_0\right)$. Une meilleure valeur de *s* est :

$$\frac{2s^3 + W}{3(1+s^2)}$$

Signalons également deux autres méthodes pour calculer *s* :

- $\tan\beta = \frac{2}{W}$ $\qquad \tan\gamma = \sqrt[3]{\tan\frac{\beta}{2}}$ $\qquad s = \frac{2}{\tan(2\gamma)}$ $\qquad$ méthode en défaut si $W = 0$

- $G = \frac{W}{2}$ $\qquad Y = \sqrt[3]{G + \sqrt{G^2 + 1}}$ $\qquad s = Y + \frac{1}{Y}$

Une fois que *s* est connu, on peut déterminer le rayon vecteur *r* et l'anomalie vraie ν :

$$r = q\left(1+s^2\right) \qquad\qquad \nu = 2\arctan s$$

qui permettent de connaître la position de la comète sur son orbite.

3. *Cas des corps ayant une orbite hyperbolique (comètes)*

Le rayon vecteur est donné par la formule usuelle :

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\nu}$$

donc la distance au périhélie est :

$$q = \frac{p}{1+e}$$

On pose $\lambda = \frac{1-e}{1+e}$ et $Q = \frac{k}{2q}\sqrt{\frac{1+e}{q}}$, la valeur de s s'obtient par itérations successives :

$$s = Q(t - T_0) - (1-2\lambda)\frac{s^3}{3} + \lambda(2-3\lambda)\frac{s^5}{5} - \lambda^2(3-4\lambda)\frac{s^7}{7} + \ldots$$

Le calcul se poursuit comme pour les corps à orbites paraboliques.